

《模形式初步》勘误表

跨度: 2020—2022

李文威

2022-07-07

以下页码和标号等信息参照科学出版社 2020 年 6 月出版之《模形式初步》, ISBN: 978-7-03-064531-9, 和网络版可能有异. 部分错误未见于网络版. 列出的错误均已在修订版改正 (2022 年 4 月网络发布, 纸本待出).

- ◇ 引理 1.1.1 证明 原文 $az + d$ 更正 $az + b$ 感谢胡龙龙指正
- ◇ 命题 1.1.9 证明最后一行 去掉“这”字, 改为“如此就描述了...”
- ◇ (1.5.3) 原文 在 Γ 作用下不变 更正 在 γ 作用下不变 感谢冯煜阳指正
- ◇ 定义 1.6.7 第二项 原文 $\delta' \Delta(x_0)$ 更正 $\delta' D(x_0)$ 感谢朱子阳指正
- ◇ 定理 2.1.6 证明第一段结尾 原文 给出 \mathbb{C} 上处处非零的全纯函数 更正
给出 \mathbb{C} 上的全纯函数, 在负整数处有一阶零点. 感谢李时璋指正
- ◇ (2.5.4) 上两行 原文 $J(-x, \tau) = J(x, \tau)$ 更正 $J(-x, \tau) = -J(x, \tau)$ 感谢冯煜阳
指正
- ◇ 定理 2.5.8 (iv) 最后一行 原文 $\sigma_r^{\bar{v}}(n) := \dots$ 更正 $\sigma_{k-1}^{\bar{v}}(n) := \dots$ 感谢汤一鸣指正
- ◇ 命题 3.5.6 的叙述和证明 (出现三次) 原文 $\text{Nrd}(q)^{-1}q$ 更正 $\text{Nrd}(q)^{-1}\bar{q}$ 感谢
李时璋指正
- ◇ 命题 3.6.7 证明最后一段 原文 而且该极限对 $u \in [0, x]$ 是一致的... 因为 $u \in [0, x]$ 更正 而且该极限对 $u \in [0, y]$ 是一致的... 因为 $u \in [0, y]$ 感谢李时璋指正
- ◇ 命题 3.7.4 的前一段话 (纸本) 原文 内积系, 相对于 更正 内积系相对于
- ◇ 注记 3.8.16 原文 对于全实域 F 上仅对一个嵌入 $F \hookrightarrow \mathbb{R}$ 分裂的四元数代数 B 更正 对于 \mathbb{Q} 上对嵌入 $\mathbb{Q} \hookrightarrow \mathbb{R}$ 分裂, 但在 \mathbb{Q} 上非分裂的四元数代数 B 感谢
李时璋指正

◇ §4.4 第二段 (网络版) “定义了模判别式...” 之前 2.4 多出现了一次. 感谢汤一鸣指正

◇ 练习 4.4.7 的表述 将列表第一项的 $M(1)_k$ 改为 $M_k(1)$.

将最后一句“进一步, 说明 $S(1)$ 也来自一个分次理想 $S(1)_{\mathbb{Z}} \subset M(1)_{\mathbb{Z}}$.” 改为: “进一步描述 $M(1)_{\mathbb{Z}}$ 的分次理想 $M(1)_{\mathbb{Z}} \cap S(1)$.” 感谢李时璋指正

◇ 练习 4.4.7 提示的第一句 **原文** 取..... $M(1)_{\mathbb{Z}} \cdot \Delta$ **更正** 取 $M(1)_{\mathbb{Z}}$ 为所有 Fourier 系数均为整数的模形式给出的子环, 并应用前述定理.

上一句经过修正后, 结尾处再插入以下脚注: “相关的整性问题可以参考 Serge Lang 的 *Introduction to Modular Forms* (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Volume 222), Chapter X, Theorems 4.2—4.4. 论证是初等的.” 感谢李时璋指正

◇ §4.5 第一句 补上一句“所有 Riemann 曲面均默认为紧的.” 感谢李时璋指正

◇ 定理 5.5.5 (i) **原文** 则 $[\Gamma'_\lambda]$ 是中心元; **更正** 则对所有 $(h, k) \in \mathcal{D}$ 皆有 $[\Gamma'_{h,k}] * [\Gamma'_\lambda] = [\Gamma'_{hd, kd}]$; 感谢于惠施指正

◇ 定理 5.5.5 证明的第一条显示公式 **原文** $\bigsqcup_{a \in A}^n$ **更正** $\bigsqcup_{a \in A}$

◇ 命题 5.5.7 证明中第三条显示公式末项 **原文** \mathbb{Z}/kk' **更正** $\mathbb{Z}/kk'\mathbb{Z}$ 感谢朱子阳指正

◇ 定理 6.2.5 (i) **原文** 则 $[\Gamma'_\lambda(N)]$ 是中心元; **更正** 则对所有 $(h, k) \in \mathcal{D}(N)$ 皆有 $[\Gamma'_{h,k}(N)] * [\Gamma'_\lambda(N)] = [\Gamma'_{hd, kd}(N)]$;

◇ 命题 6.3.2 之前 将“回忆到 §6.2 定义的子代数...” 一句和后续的表格删除, 因为不正确而且不需要 (见下一条更正). 感谢李时璋指正

◇ 命题 6.3.2 证明倒数第二段 **原文** 基于 $\mathcal{H}_1(N)$ 已知的结构... 由引理 6.1.4 料理. **更正** 基于和引理 6.1.4 相同的论证, 说明 $\Gamma_1(N)\gamma\alpha\gamma^{-1}\Gamma_1(N) = \Gamma_1(N)\alpha\Gamma_1(N)$ 即可. 易见 $\gamma\alpha\gamma^{-1}$ 既属于 $\Delta_1(N)$, 又属于 α 的 $\Gamma_0(N)$ -双倍集, 而定理 6.2.9 说明 $\Gamma_1(N)\backslash\Delta_1(N)/\Gamma_1(N) \rightarrow \Gamma_0(N)\backslash\Delta_0(N)/\Gamma_0(N)$ 是双射, 于是 $\gamma\alpha\gamma^{-1}$ 和 α 确实属于相同的 $\Gamma_1(N)$ -双倍集. 感谢李时璋指正

◇ 练习 6.4.9 倒数第二句 **原文** $X^2 - a_p(f)X + p^{k-1}\chi(p)$ **更正** $X^2 - a_p(f)X + p^{k-1}\chi_f(p)$ 感谢王梓川指正

◇ §7.5 第一行“沿用..... 亦即 $a_0(f) = 0$.” 删除此行.

◇ 练习 8.6.2 之前的显示公式 **原文** $\dots \oplus \frac{1+\sqrt{D}}{2}$ **更正** $\dots \oplus \mathbb{Z} \frac{1+\sqrt{D}}{2}$

◇ 定理 8.6.4 的陈述 **原文** $[\cdot] : \text{End}(E) \xrightarrow{\sim} \mathcal{O}$ **更正** $[\cdot] : \mathcal{O} \xrightarrow{\sim} \text{End}(E)$

原文 ... 都有 $[\alpha]^* \omega \dots$ **更正** ... 和 $\alpha \in \mathcal{O}$ 都有 $[\alpha]^* \omega \dots$

◇ 定义 9.1.6 条列 将条列的两项修正为:

◇ $\Gamma(V, \omega_\Gamma) := \mathcal{O}_V(dz \cdot \alpha^{-1})|_{U \setminus \{t\}}$, 其中 $V := \pi(U)$, 截面的限制映射按自明方式定义;

◇ $1 \mapsto dz \cdot \alpha^{-1}$ 给出平凡化 $\mathcal{O}_V \xrightarrow{\sim} \omega_\Gamma|_V$.

◇ 引理 9.2.1 在引理陈述的最后, 亦即公式 (9.2.3) 之后补充一句“对 $\omega^{\otimes(-1)}$ 的群作用是按 (9.1.4) 定义的.” 感谢李时璋指正

◇ 命题 9.2.4 之后的第一条显示公式 **原文** $\dots \xrightarrow{d} \mathcal{O}_{Y(\Gamma)} \rightarrow 0$, **更正** $\dots \xrightarrow{d} \Omega_{Y(\Gamma)} \rightarrow 0$, 感谢杜长江指正

◇ 引理 9.3.4 证明 将第一句末的“定义-命题 9.3.1”改成“定义 9.3.2”. 将证明中最后一条显示公式中的 $d\xi_k = f_k$ 改成 $\xi_k = df_k$. 感谢杜长江指正

◇ 注记 9.4.14 之上的一句 **原文** 这是 Petersson 的... **更正** 这是 Petersson 内积的...

◇ (10.1.1) 将图表中的 $\mathbb{C} \xrightarrow{\sim} \mathbb{C}^\times$ 改成 $\mathbb{C} \twoheadrightarrow \mathbb{C}^\times$.

◇ 介于 (10.4.1) 和 (10.4.2) 之间的显示公式 将后半部两个 $\dots (Y_1(N), R^1 \pi_*(\mathbb{Q}_\ell))$ 都改成 $\dots (Y_1(N), \text{Sym}^k R^1 \pi_*(\mathbb{Q}_\ell))$. 感谢杜长江指正

◇ 定义 10.4.1 **原文** $\dots \mathcal{W}_{\ell,p} \times \mathcal{W}_{\ell,p} \rightarrow \mathbb{Q}_\ell$, 满足... **更正** $\dots \mathcal{W}_{\ell,p} \times \mathcal{W}_{\ell,p} \rightarrow \mathbb{Q}_\ell(-k-1)$, 其中 $\mathbb{Q}_\ell(-k-1)$ 是所谓的 Tate 挠 (仅影响 Galois 作用), 满足...

◇ 命题 10.5.5 (i) 将第二个 \rightarrow 改成 $\xrightarrow{\sim}$.

◇ 练习 10.6.5 删除提示.

◇ 注记 10.6.9 **原文** 故 $V_\ell(J)$ 为 \mathbb{Z}_ℓ -模 **更正** 故它们的 \varprojlim_m 为 \mathbb{Z}_ℓ -模

另外, 将显示公式 $V_{f,\lambda} := V_\ell(J) \otimes_{\mathbb{T}_\ell, \phi_f} K_{f,\lambda}$ 及其下一行出现的 ϕ_f 都改为 $\phi_{f,\lambda}$.

◇ 定理 10.6.10 之后第二段, 从“回忆推论 6.5.6 和 6.5.7 ...”起 删除“回忆推论 6.5.6 和 6.5.7 ...”一段, 删除后续的命题 10.6.11 及其证明, 代换为“今后主要考虑 f 为新形式的情形.” (起新行), 接上原有的“我们以关于定理 10.6.7 的几点注记收尾.”

◇ 定义 10.7.2 之下两行 (纸本) **原文** 同源等价 **更正** 同源等价类.

◇ 练习 10.7.3 之后第二段: “模性有一系列等价陈述...” **原文** 无非是 Abel-Jacobi 映射 $\phi : X_0(N) \rightarrow J_0(N)$ 和... **更正** 无非是 Abel-Jacobi 映射 $\phi : X_0(N) \rightarrow J_0(N)$ (选定基点) 和...

- ◇ 定义 B.5.2 之上四段, 加粗部分 原文 平凡从 更正 平凡丛 感谢王未指正
- ◇ 参考文献 56 该书已经正式出版 (Graduate Texts in Mathematics 288, Springer, 2021).

《模形式初步》勘误表

跨度: 2022 年至 2024 年 8 月

李文威

2024-10-18

- ◇ 第 2 页第一行 (仅 PDF 版) 原文 透过过 更正 透过
- ◇ 导言的拓扑空间符号部分 原文 $\partial D := D \setminus D^\circ$ 更正 $\partial D := \bar{D} \setminus D^\circ$ 感谢雷嘉乐指正
- ◇ 导言的矩阵符号部分中部 原文 $\text{im}[\text{SL}(n, R) \rightarrow \text{PGL}(n, \mathbb{R})]$ 更正 $\text{im}[\text{SL}(n, R) \rightarrow \text{PGL}(n, R)]$ 感谢雷嘉乐指正
- ◇ §1.1 第一个脚注 (仅纸本) 原文 [50] 更正 [59] 感谢孙超超指正
- ◇ 命题 1.4.12 关于 $\text{Stab}_{\text{SL}(2, \mathbb{Z})}(\rho)$ 生成元的描述 原文 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 更正 $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 感谢余君指正
- ◇ 引理 2.1.5 证明倒数第二行 (仅 PDF 版) 原文 $n!$ 更正 $n!$ 感谢 Wenjun Huang 指正
- ◇ 例 3.5.4 之前的 (i) 原文 线性代群 更正 线性代数群 感谢杨菁浩指正
- ◇ 定义 3.6.4 之后的讨论条列第二项 从“变 a 为 $a\beta\dots$ ”之后关于 g^* 的公式起, 直到“... 只差一个因子 a^{-k} .”为止, 所有的 a^{-k} 都应该改成 a^k (共 5 处) 感谢余君指正
- ◇ 定理 5.2.7 证明第一段最末 原文 所以 $\gamma \in \Gamma$ 更正 所以 $\gamma' \in \Gamma$ 感谢张羽扬指正
- ◇ 等式 (5.2.1) 的下一行 原文 $\Gamma \cdot \Gamma \alpha \Gamma$ 更正 $\Gamma' \cdot \Gamma \alpha \Gamma$ 感谢汤一鸣指正
- ◇ 等式 (5.4.1) 的下一行 原文 $f(\delta_1 \delta_1)$ 更正 $f(\delta_1 \delta_2)$ 感谢汤一鸣指正
- ◇ 公式 (6.2.3) 将两处 L/L' 改成 L'/L .

感谢张羽扬指正

◇ **定理 6.5.1 证明** 将证明中间“定义 $S_k(\Gamma(N))$ 的线性自同态...”之前一行的显示公式中的 $\alpha_n(f)$ 改为 $\alpha_n(\varphi)$.

感谢余君指正

◇ **定理 7.1.2 证明第一行** 在“命题 2.6.3”之后加上一条脚注：“该节构造的 Eisenstein 级数, 其 Fourier 展开和对应的直和分解都可以通过解析延拓推及 $k = 1, 2$ 的情形, 细节比较复杂, 详阅 [41, §7.2].”

感谢彭也博指正

◇ **命题 7.3.4 之上的显示公式** 将 $r_m(n) := \dots$ 右边的 k 都代换为 m (三处), 将 $\dots = m$ 代换为 $\dots = n$.

感谢金志扬指正

◇ (9.1.5) 之下第三行 **原文** $\in \Gamma(\mathcal{H}, \omega)$ **更正** $\in \Gamma(\mathcal{H}, \omega^{\otimes k})$

◇ **练习 10.1.3 之前一行** **原文** ... 有奇点 **更正** ... 无奇点

感谢刘亚迪指正

◇ **引理 A.1.2 之前两行** **原文** ... 连续的最粗拓扑 **更正** ... 连续的最细拓扑 感谢李钦浩指正

◇ **引理 A.1.10 证明第三行** **原文** G/K **更正** G/H